## Zusammenfassung

Eindimensionale quasiperiodische Tight-Binding-Hamiltonoperatoren dienen als Modelloperatoren für so unterschiedliche Problemstellungen wie Blochelektronen in einem Magnetfeld, Phononen in modulierten eindimensionalen Phasen und Elektronen in Quasikristallen. Im Gegensatz zu periodischen beziehungsweise ungeordneten eindimensionalen Systemen zeigen diese deterministisch nichtperiodischen Modelle ein im Detail noch nicht völlig verstandenes, sehr reichhaltiges Verhalten: Das Spektrum ist eine Cantormenge, das Spektralmaß ist singulär-stetig, die Wellenfunktionen sind weder ausgedehnt noch lokalisiert, die zeitliche Dynamik der Momente anfänglich lokalisierter Wellenpakete wird durch anomale Diffusionsexponenten beschrieben.
Ziel der vorliegenden Arbeit war es, die spektralen Eigenschaften von zwei wichtigen und häufig untersuchten Modellen, dem Harpermodell und dem diskretwertigen quasiperiodischen Modell in quantitativer Weise zu beschreiben. Dazu wurden Methoden entwickelt, die die analytische Berechnung der multifraktalen Eigenschaften aus den entsprechenden Hamiltonoperatoren unter gewissen Näherungen ermöglichen. Die Ergebnisse lassen sich drei Bereichen zuordnen.
Der erste Bereich umfaßt die Abhängigkeit der multifraktalen Eigenschaften des Harpermodells von der Irrationalität $\omega$, die für die Anzahl der Flußquanten pro Elementarzelle steht. Es konnte gezeigt werden, daß durch eine Verbindung der seit Mitte der siebziger Jahre bekannten Hofstadterregeln mit modernen semiklassischen Berechnungsmethoden die quantitative Bestimmung der verallgemeinerten Dimensionen des Spektrums der Harpergleichung möglich ist. Neben einer guten Beschreibung der $f(\alpha)$-Kurven für die goldene und silberne Zahl ergab sich dabei insbesondere, daß für $\omega = [0; \overline{n}]$ die minimale fraktale Dimension $\alpha_{\text{min}}$ monoton mit $n$ fällt und für große $n$ wie $\alpha_{\text{min}} \sim \ln n/n$ gegen null strebt, wobei die Proportionalitätskonstante analytisch bekannt ist. Die maximale fraktale Dimension hingegen zeigt ausgeprägte Gerade-ungerade-Oszillationen in Abhängigkeit von $n$.
In den zweiten Bereich fällt die Anwendung der Hofstadterregeln auf das diskretwertige quasiperiodische Modell. Es gelang, das multifraktale Spektrum $f(\alpha)$ für die starkmodulierte Fibonaccikette in guter Näherung zu beschreiben. Eine wichtige Methode ist dabei die Spurabbildung, die eine Verbindung zwischen dem Eigenwertproblem der quasiperiodischen Kette und einer diskreten dreidimensionalen nichtlinearen Dynamik herstellt. Während bisher nur die Skalierungseigenschaften am Rand und in der Mitte des Spektrums berechnet werden konnten, wurde in der vorliegenden Arbeit gezeigt, wie die Zyklen der Spurabbildung die Bestimmung der Skalierungseigenschaften auch an anderen Punkten des Spektrums erlauben. Dabei wurde insbesondere eine alte Vermutung für die Fibonaccikette widerlegt, daß die maximalen lokalen Skalierungsexponenten der Zustandsdichte stets am Rand bzw. in der Mitte des Spektrums auftreten.
Der dritte Bereich beinhaltet die Berechnung der multifraktalen Eigenschaften des diskretwertigen quasiperiodischen Modells im Grenzfall kleiner quasiperiodischer Modulationen. Mittels einer Störungsrechnung wurden die verallgemeinerten Dimension in erster Ordnung der quasiperiodischen Modulation bestimmt. Die sich dabei ergebenden Ausdrücke für die $f(\alpha)$-Kurven zeigen, wie sich die Multifraktalität aus dem trivialen Skalierungsverhalten für die periodische Kette entwickelt.