(5.3.4 Hauptachsensystem

a) Definition

- $\underline{\underline{\Theta}}$ ist eine reelle symmetrische Matrix, daher diagonalisierbar durch entsprechende Wahl von $\{\hat{e}_1', \hat{e}_2', \hat{e}_3'\}$.
  Solch ein Bezugssystem heißt „Hauptträgheitsachsensystem"
- Dann ist:

$$\underline{\underline{\Theta}} = \begin{bmatrix} \Theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \Theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \Theta_3 \end{bmatrix} \qquad (5.33)$$

mit den Hauptträgheitsmomenten $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$

b) Gleichungen für kräftefreien starren Körper

$$\underline{\underline{\Theta}}\,\dot{\underline{\omega}} \overset{(5.26)}{=} \underline{\underline{\Theta}}\,\underline{\omega} \times \underline{\omega} \qquad (5.34)$$

Mit (5.33):

$$\begin{aligned} \Theta_1 \dot{\omega}_1 &= (\Theta_2 - \Theta_3)\,\omega_2\omega_3 \\ \Theta_2 \dot{\omega}_2 &= (\Theta_3 - \Theta_1)\,\omega_3\omega_1 \\ \Theta_3 \dot{\omega}_3 &= (\Theta_1 - \Theta_2)\,\omega_1\omega_2 \end{aligned} \qquad (5.35)$$

c) Fälle

i) $\underline{\Theta_1 = \Theta_2 = \Theta_3}$: $\underline{\omega} = \text{const}$, $\underline{L} = \Theta\underline{\omega} = \text{const}$ (5.36)

ii) $\underline{\Theta_1 < \Theta_2 < \Theta_3}$: nichtlineare Bewegungsgleichung, schwer zu lösen.

Vorzeichen bei $\dot{\omega}_2$ positiv, bei $\dot{\omega}_1$ und $\dot{\omega}_3$ negativ:
Rotation um 2-Achse instabil, um 1 und 3 stabil (oB)

iii) Symmetrischer Kreisel

$$0 \neq \Theta_1 = \Theta_2 \neq \Theta_3 \neq 0$$

• Folgt: $\Theta_3 \dot{\omega}_3 = 0$, d.h. $\omega_3 = \text{const}$ (5.37)

Sei $\omega_0 := \omega_3 \dfrac{\Theta_3 - \Theta_1}{\Theta_1}$, so gilt:

$$\dot{\omega}_1 = -\omega_0 \omega_2 \qquad \dot{\omega}_2 = \omega_0 \omega_1 \qquad (5.38)$$

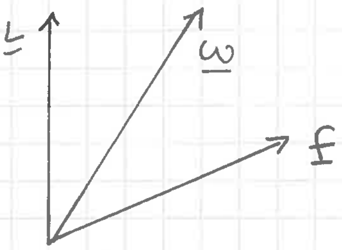
Lösung:

$$\underline{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_\perp \cos(\omega_0 t + \tau) \\ \omega_\perp \sin(\omega_0 t + \tau) \\ \omega_3 \end{bmatrix} \qquad (5.39)$$

$\underline{\omega}$ hat konstante Länge und rotiert um die Figurenachse

$$\underline{L} = \begin{bmatrix} \Theta_1 \omega_\perp \cos(\omega_0 t + \tau) \\ \Theta_1 \omega_\perp \sin(\omega_0 t + \tau) \\ \Theta_3 \omega_3 \end{bmatrix} \qquad (5.40)$$

• Figurenachse, $\underline{\omega}$, $\underline{L}$ immer in einer Ebene



(5.41)

• Erde: $\dfrac{2\pi}{\omega_3} = 1$ Tag, $\dfrac{\Theta_3 - \Theta_1}{\Theta_1} = \dfrac{1}{300}$

$T = \dfrac{2\pi}{\omega_0} = 300$ Tage (Expt: 430 Tage)

Quantenmechanik

Grobgliederung

1. Ursprünge der Quantenmechanik
2. Wellenfunktion und Unschärferelation
3. Die Schrödingergleichung
4. Eindimensionale Beispiele
5. Der allgemeine Formalismus der Quantenmechanik
6. Der Drehimpuls
7. Die Schrödingergleichung in drei Dimensionen

Literatur

- siehe Webpage

- Messiah A
  Quantenmechanik Band 1, de Gruyter
- Schwabl F
  Quantenmechanik, Springer
- Cohen-Tannoudji, C
  Quantenmechanik, Springer
- Nolting W
  Grundkurs Theoretische Physik 5/1
  Quantenmechanik - Grundlagen, Springer
- Reineker P et al
  Theoretische Physik III, Quantenmechanik 1, Wiley
- Sakurai J J
  Modern Quantum Mechanics, Addison-Wesley

⋮

1. Ursprünge der Quantenmechanik

1.1. Klassische Physik um 1900

1.1.1. Partikel und Wellen

a) Vorbemerkungen

- Vor 1900: Physik = Partikel + elektromagnetische Felder
- Uneingeschränkte Gültigkeit in der makro- und mesoskopischen Welt, Determinismus
- Dann: Widersprüche auf mikroskopischer Skala (< 1 nm). Neue Prinzipien nötig.
- Bis 1925: Entwicklung einer stimmigen „Quantentheorie"

b) Materie

- Perfekt lokalisierbare Teilchen mit Masse
- Newton-Lagrange-Hamilton Gesetze
- Zustand vollständig beschrieben durch generalisierte Koordinaten $q_1, q_2, \dots, q_f ; p_1, p_2, \dots p_f$
- Trajektorie als Lösung eines Systems von Differenzialgleichungen 1. Ordnung; Wenn Anfangswerte bekannt, so auch jeder Zustand in Vergangenheit und Zukunft.
- Fragen: Was sind die dynamischen Variablen (q_i, p_i)? Was sind die Bewegungsgleichungen (L, H)?

c) Strahlung

- Licht: Teilchen oder Welle?
- Maxwell 1855: Elektromagnetische Felder können sich wellenförmig im Vakuum (und auch in Materie) ausbreiten
- Bestätigung durch Detektion von Radiowellen durch Hertz 1887
- Licht: spezielle elektromagnetische Welle, zeigt Beugung und Interferenz
- Vereinigung von geometrischer Optik, Elektrizitätslehre und Magnetismus
- Wellen: auch in Materie: Violinsaiten, Flüssigkeitsoberflächen, Schall
- Sind elektromagnetische Wellen eine mechanische Erscheinung im Äther, weitere Vereinheitlichung?
- Michelson-Morley 1897: c ist absolute Lichtgeschwindigkeit
- Newton-Bewegungsgleichungen durch speziell-relativistische ersetzt, keine Unterbrechung des klassischen Konzepts.

1.1.2. Wellen

a) Wellengleichung

- lineare Wellen, eindimensional, c Ausbreitungsgeschwindigkeit

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \chi}{\partial z^2} = 0 \qquad (1.1)$$

- Allgemeinste Lösung (d'Alembert)

$$\chi(z,t) = f(z-ct) + g(z+ct) \qquad (1.2)$$

- Spezielle Basislösung:

$$\chi^c(z,t) = \chi_0^c \, e^{i(kz-\omega t)} \qquad (1.3)$$

bzw. $\chi^c(z,t) = \chi_0 \, e^{i(kz-\omega t+\varphi)}$

$$\chi_0 = |\chi_0^c|, \; \chi_0^c = \chi_0 e^{i\varphi}, \; \frac{\omega}{k} = c, \; \varphi \text{ „Phase"} \qquad (1.4)$$

- (1.3) ist Lösung in $\mathbb{C}$:

$$\begin{aligned} \mathrm{Re}(1.3):&\quad \chi_r(z,t) = \chi_0 \cos(kz-\omega t+\varphi) \\ \mathrm{Im}(1.3):&\quad \chi_i(z,t) = \chi_0 \sin(kz-\omega t+\varphi) \end{aligned} \qquad (1.5)$$

sind Lösungen in $\mathbb{R}$

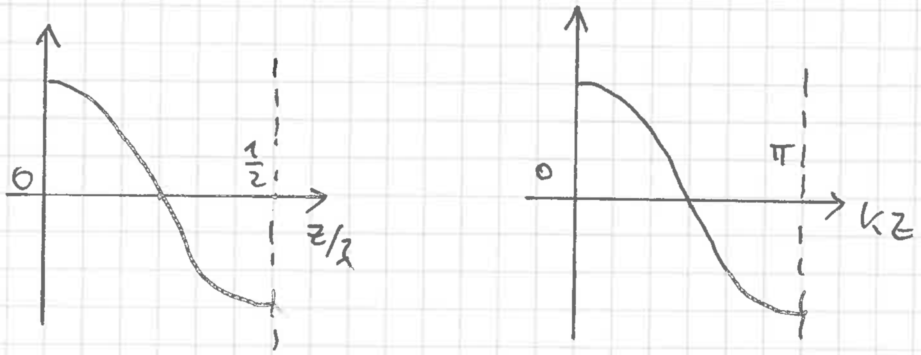
- Einfacher: Immer in $\mathbb{C}$ rechnen, zum Schluss Re und Im nehmen.
- Möglich, weil DGL reell und linear.
- dreidimensionale Wellengleichung

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \underline{\chi}}{\partial t^2} - \Delta \underline{\chi} = 0 \qquad (1.6)$$

• Es gilt ((1.3) in (1.1) einsetzen)

$$\left.\begin{array}{lll} \text{- Dispersionsrelation} & \omega = ck & (\omega^2 = c^2 k^2) \\ \text{- Kreisfrequenz} & \omega = 2\pi\nu & \\ \text{- Periodendauer} & T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu} & \\ \text{- Wellenzahl} & k = \frac{2\pi}{\lambda} & \\ \text{- Damit} & \chi_r(z,t) = \chi_0 \cos\left(2\pi\left[\frac{z}{\lambda} - \frac{t}{T}\right]\right) & \end{array}\right\} \quad (1.7)$$

- Ferner $\nu\lambda = c =$ Ausbreitungsgeschwindigkeit



(1.8)

• Allgemeinste Lösung von (1.1) über Superpositionsprinzip

$$\chi(z,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dk\, \chi(k)\, e^{i(kz-\omega t)} \qquad (1.9)$$

$\chi(k)$: „Fourier-Transformierte" von $\chi(z,0)$

• In drei Dimensionen:

$$\chi(\underline{r},t) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3\underline{k}\, \chi(\underline{k})\, e^{i(\underline{k}\cdot\underline{r} - \omega t)} \qquad (1.10)$$

mit $\omega = \omega(\underline{k}) = c\,|\underline{k}|$ (1.11)