n: Hauptquantenzahl, $n=1$ Grundzustand

hR_H Ionisierungsenergie 13,6 eV

$$\left. r_1 =: a_0 \underset{\substack{Z=1\\n=1}}{\overset{(1.47)}{=}} \frac{\hbar^2}{me^2} = 0{,}529\ \text{Å}: \quad \text{Bohrradius} \right\} \quad (1.49)$$

• Bedeutung der Quantisierungsbedingung? Kreisbahn:

$$(1.44): \quad 2\pi r \cdot p = nh, \quad p \overset{(1.32)}{=} \hbar k = \frac{h}{\lambda} \qquad (1.50)$$

$$\Rightarrow \quad 2\pi r = n\lambda \qquad (1.51)$$

Auf die Kreisbahn passt nur ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge!

d) Das bohrsche Korrespondenzprinzip (1923)

„Ergebnisse einer Quantentheorie müssen im Grenzfall großer Quantenzahlen in die Ergebnisse der klassischen Physik übergehen."

• Übergang zwischen benachbarten Zuständen:

$$\nu = \frac{m(Ze^2)^2}{4\pi\hbar^3}\left\{\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2}\right\} \qquad (1.52)$$

$$\approx \frac{d}{dn}\left(-\frac{1}{n^2}\right) = \frac{2}{n^3} \qquad n \gg 1$$

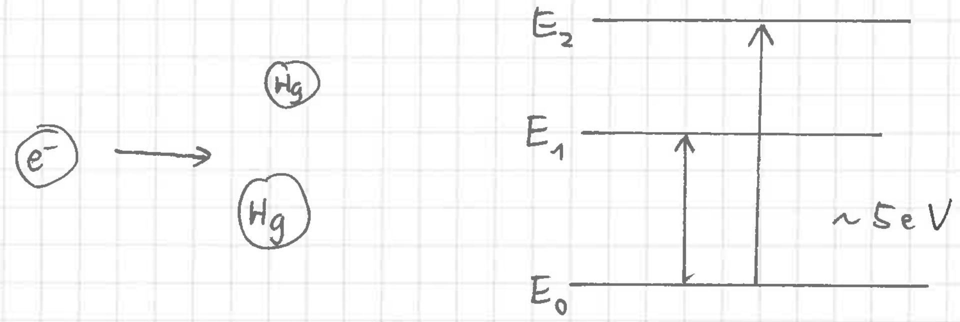
• Klassische Umlauffrequenz:

$$\nu_{Kl} = \frac{v}{2\pi r} \underset{(1.46)}{\overset{(1.45)}{=}} \frac{m(Ze^2)^2}{2\pi\hbar^3}\frac{1}{n^3} \qquad (1.53)$$

O.K.

1.3.2. Das Franck-Hertz-Experiment (1913)

- $E_0, E_1, E_2, \ldots$ quantisierte Energieniveaus von Hg-Atomen



$T^{e^-}_{Kin} < E_1 - E_0$: Keine inelastische Streuung

$E_1 - E_0 < T^{e^-}_{Kin} < E_2 - E_0$: inelast. Streuung $\Delta E^{e^-}_{Kin} = E_1 - E_0$

- Emittiertes Licht: $h\nu = E_1 - E_0$

1.3.3. Heisenberg-Bohr-Orbit beobachtbar?

- Für Beobachtung des Orbits erforderliche Lichtwellenlänge: $\lambda \ll a_0 = \frac{\hbar^2}{m e^2}$

- Energie des Lichts:

α Feinstruktur konstante

$$E \underset{(1.32)}{\overset{(1.23)}{=}} \hbar\omega = \frac{hc}{\lambda} \gg \frac{2\pi\hbar c}{\hbar^2/me^2} = 2\pi \frac{e^2}{\hbar c} \cdot mc^2$$

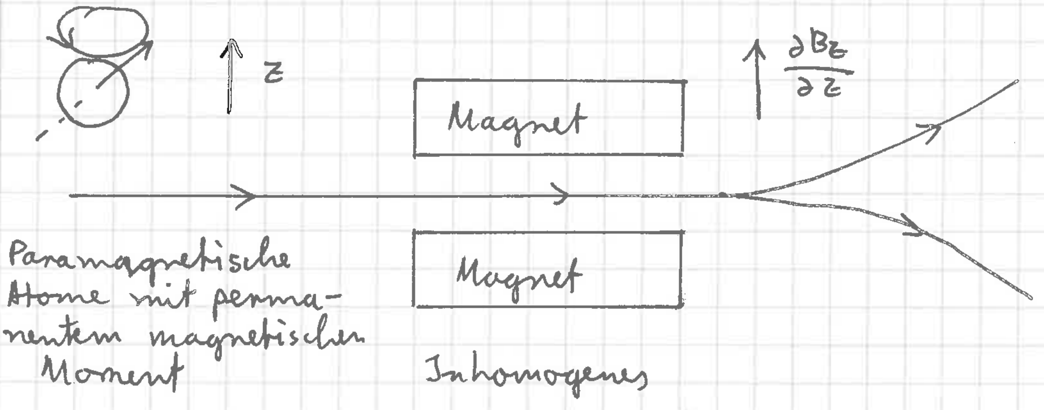
$$= \frac{2\pi}{137.036} \cdot 0{,}5110 \cdot 10^6\,\mathrm{eV}$$

$$= 23430\,\mathrm{eV} \gg (h) R_H = 13{,}6\,\mathrm{eV} \qquad (1.54)$$

$$\alpha^{-1} = 137{,}035\,999\,679\,(94) \qquad (1.55)$$

- Unbeobachtbar! Vorstellung eines Orbits muss aufgegeben werden. Ersatz?

1.3.4. Das Stern-Gerlach-Experiment (1922)



Präzession

• Kraft $\underline{F} = \nabla(\underline{\mu} \cdot \underline{B}) = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \hat{e}_z$ (1.56)

Strahlauffächerung? Diskrete Zahl von Strahlen, zwei beim H-Atom. Raumquantisierung! → Spin

(1.4 Materiewellen

1.4.1. Hypothese von de Broglie 1923-24

• Elektromagnetische Strahlung besitzt Wellen- aber auch Partikeleigenschaften (photoelektrischer, Comptoneffekt)

• Louis de Broglie: die Wellen-Teilchen-Dualität ist universell, gilt auch für materielle Teilchen

• Freie Teilchen:

$$\boxed{\begin{array}{lll} \nu = \frac{E}{h} & \text{bzw.} & E = \hbar\omega \\ \lambda = \frac{h}{p} & \text{bzw} & \underline{p} = \hbar \underline{k} \end{array}} \quad (1.57)$$

• NB! Bei Photonen ist wegen $E = pc$ und $\omega = kc$ nur eine der Beziehungen (1.57) erforderlich. Bei Partikeln werden beide gebraucht.

- E relativistisch oder nicht?

$$E_r \overset{(1.30)}{=} \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} \approx mc^2 + \frac{p^2}{2m} = E_0 + E_{nr} \qquad (1.58)$$

- E_0: Für nichtrelativistische Behandlung neuer Energienullpunkt. Mit (1.57)

$$\nu_r = \underset{\uparrow}{\nu_0} + \nu_{nr} \qquad (1.59)$$

additiv, nicht beobachtbar.

- nichtrelativistisch:

$$\nu = \frac{p^2}{2mh} \qquad (h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js})$$

$$\lambda = \frac{h}{mV} \qquad (1.60), \text{ vgl. } (1.33)$$

- Abschätzung:

– $m = 10^{-3}\,\mathrm{kg}$, $v = 1\,\mathrm{ms}^{-1} \Rightarrow \lambda \overset{(1.60)}{=} 6{,}6 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{m} =$
$= 6{,}6 \cdot 10^{-21}\,\mathrm{Å}$, 10^{16} mal kleiner als der Kerndurchmesser!

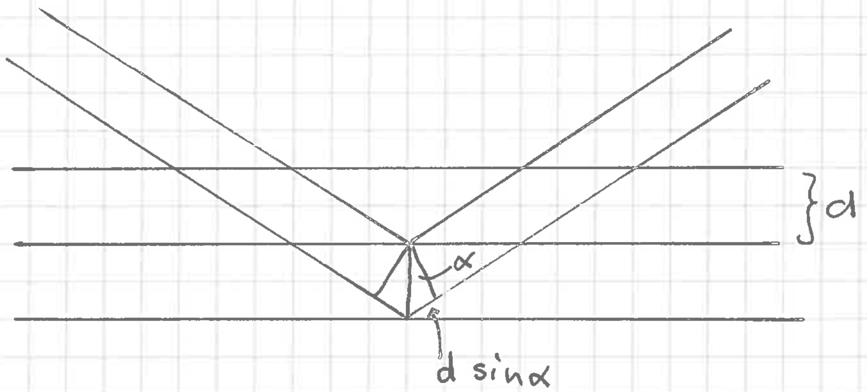
Kein Doppelschlitz oder Beugungsgitter für Test der Wellennatur verfügbar!

– Dagegen Elektron mit 10 eV: $\lambda \overset{(1.34)}{=} 3{,}89\,\mathrm{Å}$, Beugung am Kristallgitter möglich.

– Mechanik mesoskopischer Teilchen: Grenzfall extrem kurzwelliger Materie. Entspricht geometrischer Optik.

1.4.2. Das Experiment von Davisson und Germer 1927

- Kristallebenen



- Phasendifferenz:

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta weg}{\lambda} = 2\pi \frac{2d\sin\alpha}{\lambda} \overset{\text{Konstr.}}{\underset{\text{Interf.}}{=}} 2\pi n$$

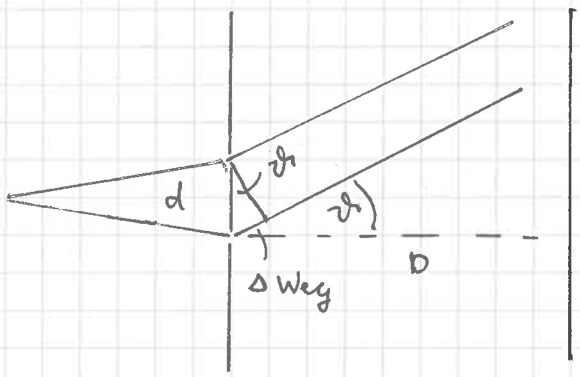
- Folgt: $2d\sin\alpha = n\lambda$

$\alpha = 65^\circ$, $d = 0{,}91$ Å, $n = 1 \Rightarrow \lambda = 1{,}65$ Å

$E_{el} = 54\,eV \overset{(1.34)}{\Longrightarrow} \lambda = 1{,}67$ Å

1.4.3. Doppelspaltexperiment

Young 1803: Licht, Jönsson 1961: Elektronen



$$\Delta\varphi = 2\pi d\sin\vartheta/\lambda \overset{\text{Konstr}}{\underset{\text{Interf.}}{=}} 2\pi n \,,\; d\sin\vartheta = n\lambda \quad (1.63)$$

- Abstände der Maxima am Schirm:

$$s = D \sin\vartheta \overset{(1.61)}{=} \frac{D}{d} n \lambda \qquad (1.62)$$

- Gemessen: $d = 2 \cdot 10^{-6}\,m$, $D = 0{,}35\,m$, $s = 10^{-6}\,m$, $n = 1$
- Folgt: $\lambda = \frac{sd}{D} = 5{,}71 \cdot 10^{-12}\,m = 5{,}71 \cdot 10^{-2}\,Å$
- Elektronen: $E = 40\ keV \overset{(1.34)}{\Longrightarrow} \lambda = 6{,}1 \cdot 10^{-2}\,Å$