- Masse nach SRT und ART vom Bewegungszustand abhängig!

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \approx m_0 \left\{ 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \dots \right\} \qquad (3.4)$$

- Ruhemasse ist charakteristisch für jedes Elementarteilchen.
- Kräfte: Vektorgrößen, additiv (ebenso wie Massen)

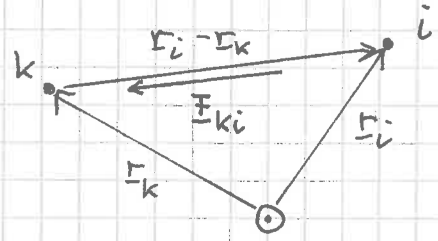
3.2.4. Das Wechselwirkungsgesetz (III)

$$\underline{F}_{12} = -\underline{F}_{21} \qquad (3.5)$$

- Die von dem Körper 1 auf den Körper 2 ausgeübte Kraft ist gleich groß ~~und~~ entgegen gesetzt der Kraft, die 2 auf 1 ausübt: Actio = Reactio
- Vielteilchensystem: $\underline{F}_{ij} = -\underline{F}_{ji}$: „Innere Kräfte" (3.6)
- „Äußere Kräfte": Wirkung von weit entfernten Körpern.
- Erde – Stein: $m_{stein}\, g = M_{erde}\, a$ (3.7)

3.3. Typische Kräfte

3.3.1. Die Schwerkraft



- Vom Teilchen k auf Teilchen i ausgeübte Kraft:

$$\underline{F}_{ki} = -G\, \tilde{m}_k\, \tilde{m}_i \frac{\underline{r}_i - \underline{r}_k}{|\underline{r}_i - \underline{r}_k|^3} \qquad (3.8)$$

- Wirkt entlang der Verbindungslinie $\overrightarrow{P_k P_i}$, ist von i auf k gerichtet, d.h. stets anziehend und dem inversen Quadrat des Abstands proportional.

- G „Newtonsche Gravitations Konstante"
  $\tilde{m}_k, \tilde{m}_i$: „schwere Massen", Kraftkopplungskonstante

- Fundamentales experimentelles Ergebnis: schwere Masse (3.8) stets proportional zur trägen Masse (3.3) d.h. $\tilde{m}_i = \varkappa_G m_i$, $\varkappa_G$ universell. D.h. die Beschleunigung des Teilchens i ist unabhängig von seiner (schweren oder trägen) Masse:

$$\cancel{m_i}\, \underline{a}_i = -G\, \varkappa_G^2\, m_k \cancel{m_i} \frac{\underline{r}_i - \underline{r}_k}{|\underline{r}_i - \underline{r}_k|^3} \qquad (3.9)$$

- Ersetze G durch $\tilde{G} = G\varkappa_G^2$ und lasse die Tilde weg. Damit ist der Proportionalitätsfaktor gleich 1 gesetzt.

- NB! Kraftgesetz nicht exakt. Nach ART Ergänzung um weitere Terme, u.a. $\propto \frac{1}{r_{ik}^3}$

- $\tilde{m}_i = m_i$: „schwaches Äquivalenzprinzip" von Einstein
$\tilde{m}_k$ krümmt die Raumzeit, geht in $\Gamma^\mu_{\gamma\varkappa}$ ein. (2.47)
Frei fallende Teilchen bewegen sich auf Geodäten in der Raumzeit, unabhängig von ihrer Masse.

3.3.2. Die Coulombkraft, elektromagnetische Kräfte

- Teilchen i und k mit elektrischen Ladungen q_i, q_k:

$$\underline{F}_{ki} = q_i \underbrace{q_k \varkappa_C \frac{\underline{r}_i - \underline{r}_k}{|\underline{r}_i - \underline{r}_k|^3}} = q_i \underline{E}_{ki} \qquad (3.10)$$

- Abstoßend oder anziehend je nach Vorzeichen von q_i, q_k

- $\underline{E}_{ki}$: Elektrisches Feld des Teilchens k

- $\varkappa_C$: Von der Wahl der Einheiten abhängig

- Kraft auf ein Teilchen der Ladung q im allgemeinen elektrischen Feld (herrührend von Ladungen und Strömen anderer Teilchen):

$$\underline{F}(\underline{r},\dot{\underline{r}},t) = q\left\{\underline{E}(\underline{r},t) + \frac{\dot{\underline{r}}}{(c)}\times\underline{B}(\underline{r},t)\right\} \qquad (3.11)$$

Lorentzkraft, geschwindigkeitsabhängig! Vgl (3.3)

3.3.3. Die harmonische Kraft

$$\underline{F}_{Ki} = -C(\underline{r}_i - \underline{r}_K) \qquad (3.12)$$

- Modellkraft, linear. C kann auch eine 3×3-Matrix sein. Oft erster Term der Potenzreihenentwicklung einer Kraft mit komplizierter Abhängigkeit von $\underline{r}_i - \underline{r}_K$

3.4. Bemerkungen

3.4.1 Maßeinheiten

- Erdbeschleunigung: m_{Erde} im Schwerpunkt konzentriert

$$\underline{F} = -\hat{e}_z\, m\left(G\cdot\frac{m_{Erde}}{R^2_{Erde}}\right) =: -\hat{e}_z\, m g \qquad (3.13)$$

$$m_{Erde} = 5.977\cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$$
$$R_{Erde} = 6.37103\cdot 10^{6}\,\mathrm{m} \qquad \Rightarrow g = 9{,}82558\ \mathrm{m\,s^{-2}} \qquad (3.14)$$

wegen Rotation: $9{,}80665\ \mathrm{m\,s^{-2}}$ Normwert.

- Gauß-Maßsystem der Elektrodynamik: $\varkappa_c = 1$

$$q:\quad \mathrm{kg}^{1/2}\,\mathrm{m}^{3/2}\,\mathrm{s}^{-1} \qquad (3.15)$$

- Vgl. SI-System: 1 Ampère Einheit der Stromstärke,

$$\varkappa_c = 1/4\pi\varepsilon_0 = c^2\cdot 10^{-7}$$

$$\varepsilon_0 = 1/4\pi c^2 \times 10^{-7}, \quad c = 299\,792\,458\ \mathrm{m\,s^{-1}} \text{ Lichtgeschwindigkeit}$$

3.4.2 Raum und Zeit

- Newton: E^3 und E bzw. $\mathbb{R}^3$ und $\mathbb{R}$, unabhängig.
- t: Parameter

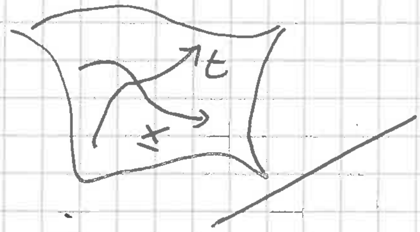
- $(t, \underline{r}) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^3$: „Ereignis" („$ct = x^0$", „$\underline{r} = [x^i]$")
- $(t, \underline{r}(t))$: Bahn in $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^3$, parametrisiert durch t

- Spezielle Relativitätstheorie: Bahnlänge

$$\left.\begin{aligned} c\,\Delta\tau &= \sqrt{c^2\Delta t^2 - \Delta s^2} \\ c\,\frac{d\tau}{dt} &= c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\,, \quad \tau\text{: Eigenzeit} \end{aligned}\right\} \quad (3.16)$$

- Neue Parametrisierung: $(t(\tau), \underline{r}(\tau))$

- Allgemeine Relativitätstheorie
  Raumzeit nicht flach, 4d Mannigfaltigkeit



3.5. Arbeit, kinetische und potentielle Energie

3.5.1. Der Satz von der kinetischen Energie

- Multiplizieren $m\ddot{\underline{r}} \overset{(3.3)}{=} \underline{F}$ mit $\dot{\underline{r}}$:

$$m\,\ddot{\underline{r}} \cdot \dot{\underline{r}} = \underline{F} \cdot \dot{\underline{r}} \quad \text{bzw.}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} m \dot{\underline{r}}^2\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} m v^2\right) = \underline{F} \cdot \frac{d\underline{r}}{dt} = \underline{F} \cdot \underline{v} \quad (3.17)$$

- Integration von t_1 bis t_2:

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} m v^2\right) dt = \int_{t_1}^{t_2} \underline{F} \cdot \frac{d\underline{r}}{dt}\, dt \quad (3.18)$$

$$\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \int_{\underline{r}_1}^{\underline{r}_2} \underline{F} \cdot d\underline{r} \quad (3.19)$$